

СПЕЦИФИКАЦИЯ
диагностической работы по математике
для 11-х классов общеобразовательных организаций г. Москвы

25 ноября 2020 г.

1. Назначение диагностической работы

Диагностическая работа проводится с целью определения уровня подготовки обучающихся 11-х классов общеобразовательных организаций города Москвы в соответствии с требованиями федерального компонента государственного образовательного стандарта и оценки уровня подготовки к сдаче единого государственного экзамена по математике.

2. Документы, определяющие содержание и параметры диагностической работы

Содержание и основные характеристики диагностических материалов определяются на основе следующих документов:

– Федеральный компонент государственного образовательного стандарта основного общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального, общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

– Приказ Минпросвещения России от 28.12.2018 № 345 «О федеральном перечне учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования».

– Приказ Минобрнауки России от 17.04.2000 № 1122 «О сертификации качества педагогических тестовых материалов» (в ред. приказов Минобрнауки России от 25.10.2000 № 3059, от 22.04.2002 № 1515).

– Примерные программы основного общего образования. М.: Просвещение, 2010.

3. Структура диагностической работы

Каждый вариант диагностической работы состоит из двух частей, различающихся по виду ответа и уровню сложности. В первой части работы – 12 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Во второй части работы – 3 задания повышенного уровня сложности с развёрнутым ответом.

4. Условия проведения диагностической работы

Необходимые справочные материалы могут выдаваться вместе с текстом диагностической работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

На выполнение диагностической работы отводится **90 минут**.

5. Система оценивания заданий и работы в целом

Верное выполнение каждого из заданий 1-й части оценивается в 1 балл. Задание 1-й части считается выполненным, если записанный ответ совпадает с эталоном.

Максимальный балл по каждому из заданий 2-й части – 2 балла. Задания 2-й части оцениваются в соответствии с критериями.

Максимальный балл за выполнение всей работы – 18.

6. Распределение заданий диагностической работы по содержанию и проверяемым умениям

Диагностическая работа позволяет определить уровень овладения математическими умениями обучающимися 11-х классов при использовании любых УМК по математике (алгебре и началам анализа, геометрии).

В таблицах 1 и 2 представлено распределение заданий по элементам содержания и планируемым результатам обучения.

Таблица 1
Принадлежность заданий работы темам курса математики

Темы курса	Число заданий
Степень с целым показателем	1
Преобразования выражений, включающих арифметические операции	1
Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень	1
Рациональные уравнения	2
Иррациональные уравнения	1
Тригонометрические уравнения	1
Использование свойств и графиков функций при решении уравнений	1
Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений	5
Рациональные неравенства	1
Метод интервалов	1
Множество значений функции	1

Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания	1
Треугольник	2
Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат	1
Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма	1
Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида	1
Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности	1
Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями	1
Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями	1
Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора	1
Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач	1

Таблица 2

Принадлежность заданий контролируемым умениям

Код КТ	Контролируемые требования к уровню подготовки	Число заданий
1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приёмы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма	1
1.2	Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования	2
1.3	Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции	1
2.1	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы	3
2.3	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы	1
3.1	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций	1
4.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)	2

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МИО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

4.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	1
5.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры	2
5.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	1
5.4	Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий	1
6.1	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчёты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах	1
6.3	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения	1

В **Приложении 1** представлен обобщённый план варианта диагностической работы.

В **Приложении 2** представлен демонстрационный вариант диагностической работы.

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МИО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

Приложение 1

План демонстрационного варианта проверочной работы

Позиция в тесте	КЭС
1	Преобразования выражений, включающих арифметические операции
2	Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
3	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений
4	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений
5	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
6	Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач
7	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений
8	Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
9	Иррациональные уравнения
10	Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
11	Функции
12	Рациональные уравнения
13	Тригонометрические уравнения
14	Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью; угол между плоскостями
15	Неравенства

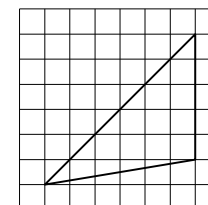
Приложение 2

При выполнении заданий 1–12 запишите ответ в указанном месте в тесте. Задания 13–15 выполните на отдельном листе.

1 Найдите значение выражения $1,3 - 0,39 \cdot \frac{13}{15}$.

Ответ: _____.

2 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

3 В период распродажи магазин снижал цены дважды: в первый раз на 25%, во второй – на 10%. Сколько рублей стоил чайник до начала распродажи, если после второго снижения цен он стал стоить 810 рублей?

Ответ: _____.

4 Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{abc}{4R}$, где a , b и c — стороны треугольника, а R — радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите b , если $a = 12$, $c = 13$, $S = 30$ и $R = 6,5$.

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\frac{8^5}{(4^2)^3} : 2^4$.

Ответ: _____.

6 На олимпиаде по русскому языку участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух аудиториях сажают по 110 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 7 Олег хочет купить в интернет-магазине микроволновую печь определённой модели. В таблице показано 6 предложений от разных интернет-магазинов.

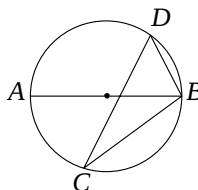
Номер магазина	Рейтинг магазина	Стоимость товара (руб.)	Стоимость доставки (руб.)
1	4	14 300	350
2	4	13 890	400
3	4,5	13 999	0
4	3,5	13 990	0
5	3	12 690	690
6	5	15 990	500

Олег считает, что покупку нужно делать в магазине, рейтинг которого не ниже 4. Среди магазинов, удовлетворяющих этому условию, выберите предложение с самой низкой стоимостью покупки с учётом доставки. В ответе запишите стоимость покупки с учётом доставки.

Ответ: _____.

- 8 На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки D и C . Известно, что $\angle DBA = 73^\circ$. Найдите угол DCB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

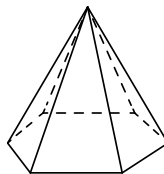


- 9 Найдите корень уравнения $\sqrt{24-8x} = 6$.

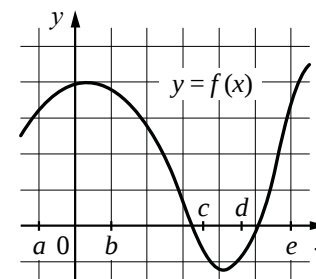
Ответ: _____.

- 10 Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 16, боковое ребро равно 17. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Числа a, b, c, d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции.



ИНТЕРВАЛЫ

- А) $(a; b)$
Б) $(b; c)$
В) $(c; d)$
Г) $(d; e)$

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) значение функции отрицательно в каждой точке интервала
2) функция возрастает на интервале
3) функция убывает на интервале
4) значение функции положительно в каждой точке интервала

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

	А	Б	В	Г
Ответ:				

- 12 Моторная лодка прошла против течения реки 55 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

Выполните задания 13–15 на отдельном листе, приведя подробное решение и ответ.

- 13 а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 3$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

- 14 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между плоскостью BDA_1 и прямой BB_1 , если $AB = \sqrt{3}$, $AA_1 = \sqrt{6}$.

- 15 Решите неравенство $\frac{|2x+3|}{2x + \frac{21}{4-2x}} \leq 0$.

Ответы на задания 1–12

№ задания	Ответ
1	0,85
2	15
3	1200
4	5
5	0,5
6	0,45
7	13999
8	17
9	-1,5
10	720
11	4312
12	8

Решения и критерии оценивания заданий 13–15

13

а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 3$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2 - 2\cos^2 x - 3\cos x - 3 = 0;$$

$$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0.$$

Пусть $t = \cos x$, тогда получаем: $2t^2 + 3t + 1 = 0$,

откуда $t = -1$ или $t = -\frac{1}{2}$.

Если $\cos x = -1$, то $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

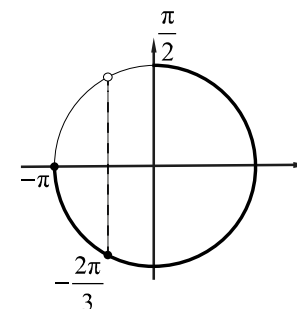
Если $\cos x = -\frac{1}{2}$, то $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

Получим числа $-\pi$, $-\frac{2\pi}{3}$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k$, $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$;

б) $-\pi$, $-\frac{2\pi}{3}$.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

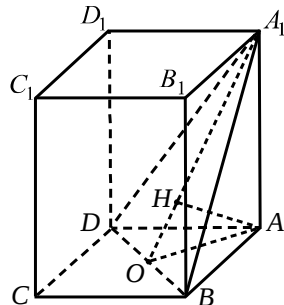
14

В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между плоскостью BDA_1 и прямой BB_1 , если $AB = \sqrt{3}$, $AA_1 = \sqrt{6}$.

Решение.

Прямые AA_1 и BB_1 образуют равные углы с плоскостью BDA_1 (как параллельные). Найдём угол между плоскостью BDA_1 и прямой AA_1 .

Пусть O — середина BD , а AH — высота треугольника OAA_1 (см. рис.).



В равнобедренных треугольниках BDA_1 и BDA медианы OA_1 и OA являются высотами. Поэтому прямая BD перпендикулярна плоскости OAA_1 , а значит, и перпендикулярна прямой AH . Получили, что прямая AH перпендикулярна прямым BD и OA_1 , а значит, она перпендикулярна плоскости BDA_1 . Тогда A_1H — проекция прямой AA_1 на плоскость BDA_1 , и угол между плоскостью BDA_1 и прямой AA_1 равен углу OA_1A .

В треугольнике OA_1A получаем:

$$\operatorname{tg} OA_1A = \frac{OA}{AA_1} = \frac{AD \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot AA_1} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = 0,5$$

Следовательно, угол между плоскостью BDA_1 и прямой BB_1 равен $\arctg 0,5$.

Ответ: $\arctg 0,5$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ.	2
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки. ИЛИ Решение недостаточно обосновано.	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0
Максимальный балл	2

15

Решите неравенство $\frac{|2x+3|}{2x+\frac{21}{4-2x}} \leq 0$.

Решение.

Преобразуем неравенство:

$$\frac{|2x+3|}{\frac{8x-4x^2+21}{4-2x}} \leq 0.$$

При $x \neq 2$ получаем $\frac{|2x+3| \cdot (4-2x)}{-4x^2+8x+21} \leq 0$, откуда $\frac{|x+1,5| \cdot (x-2)}{(x+1,5)(x-3,5)} \leq 0$.

Так как $|x+1,5| \geq 0$ и $x \neq -1,5$, то $\frac{(x-2)}{(x+1,5)(x-3,5)} \leq 0$.

С учётом условия $x \neq 2$ и, используя метод интервалов, получаем: $x < -1,5$ или $x \in (2; 3,5)$.

Ответ: $(-\infty; -1,5); (2; 3,5)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2