

СПЕЦИФИКАЦИЯ
диагностической работы по математике
для 10-х классов общеобразовательных организаций г. Москвы

1. Назначение работы

Диагностическая работа проводится **5 декабря 2019 г.** с целью определения уровня подготовки обучающихся 10-х классов общеобразовательных организаций города Москвы в соответствии с требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта и оценки уровня подготовки к сдаче единого государственного экзамена по математике.

2. Документы, определяющие содержание и параметры диагностической работы

Содержание и основные характеристики диагностических материалов определяют следующие документы:

– Федеральный компонент государственного стандарта основного общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального, общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»);

– Приказ Минпросвещения России от 28.12.2018 № 345 «О федеральном перечне учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования»;

– Приказ Минобрнауки РФ от 17.04.2000 № 1122 «О сертификации качества педагогических тестовых материалов» (в ред. Приказов Минобрнауки РФ от 25.10.2000 № 3059, от 22.04.2002 № 1515);

– Примерные программы основного общего образования. М.: Просвещение, 2010.

3. Структура диагностической работы

Каждый вариант диагностической работы состоит из двух частей, различающихся по виду ответа и уровню сложности. В первой части работы 14 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Во второй части работы 2 задания повышенного уровня с развернутым ответом.

4. Время выполнения работы

На выполнение диагностической работы отводится 90 минут. Ответы к первой части работы и решения второй части обучающиеся записывают в бланк тестирования.

5. Дополнительные материалы и оборудование

Необходимые справочные материалы могут выдаваться вместе с текстом диагностической работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

6. Система оценивания заданий и работы в целом

Верное выполнение каждого из заданий 1 части оценивается в 1 балл. Задание 1 части считается выполненным, если записанный ответ совпадает с эталоном.

Максимальный балл по каждому из заданий 2 части – 2 балла. Задания 2 части оцениваются в соответствии с критериями.

Максимальный балл за выполнение всей работы – 19.

7. Распределение заданий диагностической работы по содержанию и проверяемым умениям

Диагностическая работа позволяет определить уровень овладения математическими умениями обучающимися 10-х классов при использовании любых УМК по математике (алгебре и началам анализа, геометрии).

В таблицах 1 и 2 представлено распределение заданий по элементам содержания (КЭС) и контролируемым требованиям (КТ)*.

Таблица 1

Принадлежность заданий работы темам курса математики

Темы курса	Число заданий
Дроби, проценты, рациональные числа	1
Степень с целым показателем	1
Преобразования выражений, включающих арифметические операции	1
Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень	1
Рациональные уравнения	1
Иррациональные уравнения	1
Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений	6
Рациональные неравенства	1
Равносильность неравенств, систем неравенств	1
Метод интервалов	1
Множество значений функции	1
Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания	1
Треугольник	3
Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат	2

* Каждое задание может относиться к нескольким КЭС и КТ

Трапеция	1
Окружность и круг	1
Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника	1
Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде	1
Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности	2
Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора	1
Табличное и графическое представление данных	2
Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач	1

Таблица 2

Принадлежность заданий контролируемым умениям

Контролируемые требования к уровню подготовки	Число заданий
Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приёмы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма	2
Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования	1
Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции	1
Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы	1
Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы	1
Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций	1
Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)	4
Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	1
Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры	1
Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения	2

Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий	1
Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах	3
Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках	1
Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения	2

В **Приложении 1** представлен обобщённый план демонстрационного варианта работы.

В **Приложении 2** представлен демонстрационный вариант работы.

План демонстрационного варианта проверочной работы

Позиция в тесте	Контролируемый элемент содержания
1	Преобразования выражений, включающих арифметические операции
2	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений
3	Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
4	Дроби, проценты, рациональные числа
5	Степень с целым показателем
6	Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач
7	Табличное и графическое представление данных
8	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений
9	Иррациональные уравнения
10	Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
11	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений
12	Треугольник
13	Множество значений функции. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
14	Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
15	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений
16	Метод интервалов

Демонстрационный вариант

Часть 1

Ответами к заданиям 1–14 являются конечная десятичная дробь, целое число или последовательности цифр, которые следует записать в бланк тестирования справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $48 \cdot \left(\frac{3}{8} - \frac{7}{12} \right)$.

Ответ: _____.

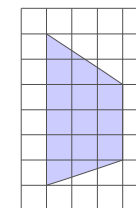
2 На рисунке изображён график атмосферного давления в некотором городе за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба.



Определите по рисунку наименьшее значение атмосферного давления в четверг (в миллиметрах ртутного столба).

Ответ: _____.

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

4 Цена на электрический чайник была повышена на 15% и составила 3680 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\frac{9^2}{15^3} \cdot 5^5$.

Ответ: _____.

6 В гонке с раздельным стартом участвуют 20 лыжников, среди которых 3 спортсмена из Франции. Порядок старта определяется случайным образом с помощью жребия. Найдите вероятность, что вторым будет стартовать спортсмен из Франции.

Ответ: _____.

7 Алексей хочет купить в интернет-магазине микроволновую печь определённой модели. В таблице показано 6 предложений от разных интернет-магазинов.

Номер магазина	Рейтинг магазина	Стоимость товара (руб.)	Стоимость доставки (руб.)
1	2,5	13400	300
2	4,5	14900	350
3	4	15400	0
4	3,5	13200	350
5	5	14800	500
6	4,5	14900	450

Алексей считает, что покупку нужно делать в магазине, рейтинг которого не ниже 4. Среди магазинов, удовлетворяющих этому условию, выберите предложение с самой низкой стоимостью покупки с учётом доставки. Запишите в ответ стоимость выбранного предложения (с учётом доставки).

Ответ: _____.

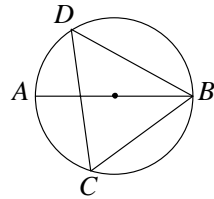
8 Центростремительное ускорение тела при равномерном движении по окружности можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость, а R — радиус окружности. Найдите ускорение a (в м/с^2), если $R = 10$ м и $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $\sqrt{\frac{x+5}{6}} = \frac{3}{2}$.

Ответ: _____.

10 На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки D и C . Известно, что $\angle ABC = 41^\circ$. Найдите угол CDB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

11 Грузовой автомобиль преодолевает некоторое расстояние за 1,5 часа, двигаясь со скоростью 40 км/ч. За сколько времени преодолеет это же расстояние легковой автомобиль, если его скорость 75 км/ч? Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

12 В треугольнике ABC угол C равен 90° , M — середина стороны AB . Известно, что $CM = 4$, $BC = 2\sqrt{7}$. Найдите AC .

Ответ: _____.

13 Установите соответствие между функциями и характеристиками этих функций на отрезке $[2;7]$.

ФУНКЦИИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- | | |
|-------------------------|--|
| А) $y = 15 - 7x$ | 1) функция возрастает на отрезке $[2;7]$ |
| Б) $y = -x^2 + 6x - 10$ | 2) функция убывает на отрезке $[2;7]$ |
| В) $y = x^2 - 5x + 7$ | 3) функция принимает отрицательное значение в каждой точке отрезка $[2;7]$ |
| Г) $y = 12x - 25$ | 4) функция принимает положительное значение в каждой точке отрезка $[2;7]$ |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Ответ:

А	Б	В	Г

В бланк запишите ТОЛЬКО ЦИФРЫ в том порядке, в котором они идут в таблице, не разделяя их запятыми.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB=3$, $AD=6$, а $\operatorname{tg} \angle CAC_1 = \sqrt{5}$. Найдите площадь грани $BCC_1 B_1$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк тестирования!

Часть 2

Задания 15 и 16 выполните на обратной стороне бланка тестирования. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его полное решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 15 Найдите сумму всех натуральных чисел, меньших 50, у которых нечётное количество натуральных делителей.

- 16 Решите неравенство $\frac{\sqrt{5x-2x^2}}{x^4-9x^2+20} \leq 0$.

Ответы к заданиям 1–14

№ задания	Ответ
1	–10
2	755
3	13,5
4	3200
5	75
6	0,15
7	15250
8	160
9	8,5
10	49
11	48
12	6
13	2341
14	90

Ответы и критерии оценивания заданий 15 и 16

15 Решение.

Нечётное количество натуральных делителей имеют квадраты натуральных чисел и только они. Действительно, если число a является делителем числа b , то число $\frac{b}{a}$ также является делителем числа b . Таким образом, все делители можно сгруппировать попарно $(a \text{ и } \frac{b}{a})$, и их количество будет чётным, кроме тех случаев, когда $a = \frac{b}{a}$. Но тогда получаем $b = a^2$.

Выпишем все квадраты натуральных чисел, которые меньше 50:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49.

Найдём их сумму: $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 = 140$.

Ответ: 140.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верный ответ получен, как сумма чисел 1, 4, 9, 16, 25, 36 и 49, но при этом не доказано, что нечётное количество натуральных делителей имеют квадраты натуральных чисел и только они ИЛИ Решение обосновано, но содержит арифметическую ошибку	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

16 Решение.

Преобразуем неравенство: $\frac{\sqrt{x(5-2x)}}{(x-2)(x+2)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})} \leq 0$.

Получаем: $\begin{cases} x(5-2x) \geq 0, \\ (x-2)(x+2)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x(5-2x) = 0, \\ (x-2)(x+2)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) \neq 0. \end{cases}$

Решение первой системы: $x \in (2; \sqrt{5})$.

Решение второй системы: $x = 0$ или $x = 2,5$.

Ответ: $(2; \sqrt{5})$; 0; 2,5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 0 и/или точки 2,5	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2